

HOJA MATEMÁTICA

Boletín de divulgación Matemática nº 1—Departamento de Matemáticas del IES de Llerena. Diciembre 2009

MATEMÁTICAS DE LA PREHISTORIA

¿En qué momento, comenzó la humanidad a pensar en términos de relaciones numéricas y geométricas? La tradición pretende que la ciencia matemática empezó en Grecia, hacia el siglo V a.C., para no dejar a las civilizaciones anteriores más que parcelas cuyo contenido matemático es a la vez deslavazado y concreto.

Si el origen del hombre sigue siendo todavía enigmático desde distintos puntos de vista, es sin embargo casi seguro que, hacia el año 40 000 a.C. (hombre de Neandertal), el hombre comenzó a pensar. Desde este momento, el hombre de la prehistoria adquiere conciencia del medio en el que vive y tiene que procurar, con toda urgencia, su supervivencia.

Las numerosas excavaciones arqueológicas realizadas en depósitos y sedimentos neolíticos revelan ya la existencia de una industria perfeccionada y actividades sociales propias de una sociedad en marcha. Dos elementos matemáticos importantes surgen en esta sociedad prehistórica:

- 1) un lenguaje articulado en el que hay un sistema de números;
- 2) utensilios y construcciones en los que intervienen relaciones espaciales.

Existen algunos factores que pueden persuadirnos de que el hombre primitivo poseía una cierta idea del concepto de número.

- Por ejemplo, numerosas tribus primitivas que viven actualmente en Australia y Polinesia poseen un sistema de números, más o menos elaborado. Estas tribus, que viven en la edad de piedra (varias de ellas no poseen ni agricultura, ni utensilios perfeccionados como el arco y la flecha), consiguen contar y utilizar un lenguaje de tipo descriptivo.
- Se conoce el descubrimiento, en Checoslovaquia, de un hueso perteneciente a un lobo joven, hueso sobre el que aparece una sucesión de cincuenta y cinco incisiones, dispuestas en dos series, por grupos de cinco. Este hueso fue descubierto en sedimentos que datan de hace aproximadamente 30 000 años.

FORMACIÓN DEL NÚMERO EN EL HOMBRE PRIMITIVO

Antes de que existiese un lenguaje capaz de favorecer la comunicación verbal, el hombre primitivo podía observar en la naturaleza fenómenos cuantitativos: un árbol y un bosque, una piedra y un montón de piedras, un lobo y una manada de lobos, etc. Esta distinción entre la unidad y la pluralidad, la estableció, sin duda, muy pronto. Igualmente, la noción de par —dos pies, dos manos, dos ojos, etc.— debió llamar su atención.



A partir de estas rudimentarias observaciones, el hombre primitivo extrae gradualmente la idea de comparación y asocia, a cada objeto observado, un signo, una cosa que le sea familiar. Puede así asociar a una colección de objetos observados un grupo de signos o de cosas. Esta colección de signos puede ser muy variada según las tribus o pueblos primitivos: una tribu (o incluso un individuo) utilizará rayas hechas en la madera, en un hueso o en la arena; otra recurrirá a un montón de guijarros o incluso a cocos; y otra preferirá los gestos de la mano (posiciones de la mano sobre una parte del cuerpo) o de la cabeza; etc.

La enumeración de un grupo de objetos observados deja paso a la numeración con la aparición de un lenguaje articulado (escrito o hablado). Esta transición corresponde probablemente al cambio de vida del hombre primitivo que se convierte en productor, comerciante, en vez de simple proveedor de alimento. El comerciante necesita un lenguaje articulado para conseguir vender sus productos y debe poseer un sistema de números para

contar. El productor evalúa la cantidad de objetos producidos, el número de corderos criados, las pérdidas por robo, y todo esto presupone el conocimiento de un sistema de numeración adecuado al tipo de vida del hombre primitivo.

La numeración presenta también variantes según las tribus:

Por ejemplo, los antiguos sumerios utilizaban las palabras «hombre», «mujer» y «varios», en lugar de «uno», «dos» y «tres», respectivamente. Así el hombre simboliza el número 1. Por matrimonio, él y su mujer representaban el número dos. Todo lo que sobrepasase numéricamente el dos estaba simbolizado por «varios».

Los pigmeos de Africa utilizan el sistema repetitivo siguiente: a, oa, ua, oa-oa, para los números uno, dos, tres y cuatro, respectivamente. Las tribus kamilarai de Australia utilizan también un sistema repetitivo: uno se dice «mal»; dos se dice «bulan»; tres es «guliba»; cuatro corresponde a «bulan bulan»; etc.

No obstante, la sustitución de los objetos por palabras del lenguaje no significa aún que el concepto de número esté en el pensamiento del que enumera. En esta fase, el hombre primitivo, que asocia a tres vacas tres palabras distintas, no puede, sin las palabras, pensar en el número tres. Además, experiencias etnográficas efectuadas con tribus primitivas han demostrado que el conocimiento de una sucesión ordenada de palabras numéricas no lleva necesariamente consigo la comprensión del concepto de número cardinal.

Eliminar el soporte material del objeto observado, para no retener más que el elemento numérico al que corresponde en el proceso de numeración, equivale de hecho a exigir que el observador sea capaz de abstraer. Esta etapa decisiva no se adquiere sino progresivamente y en la medida en que se distinguen dos conceptos importantes: el número cardinal, que proporciona la expresión cuantitativa, y el número ordinal, que pone de manifiesto la existencia de un primer elemento seguido de un segundo y de un tercero, etc.

El hombre primitivo piensa en un número cuando capta bien las relaciones siguientes:

- 1) la naturaleza de los objetos que se van a contar no desempeña ningún papel en la numeración;
- 2) el orden en el que los elementos son observados no influye en el resultado final, es decir, en el número cardinal;
- 3) el último elemento contado corresponde de hecho, en la medida en que sólo sea necesario el resultado de la cuenta, al número cardinal de la colección.

Por consiguiente, el paso difícil de dar consiste en reconocer al último elemento contado como aquel que expresa «cuántos elementos contiene el conjunto que se quiere contar». ¿A qué nivel las tribus de hombres prehistóricos cumplieron las condiciones antes citadas? Esta pregunta permanecerá probablemente sin respuesta debido a la ausencia casi total de documentos relativos a este tipo de cuestiones.



AGRUPAMIENTO DE LOS NÚMEROS

Si los signos para representar los números precedieron cronológicamente a las palabras, el agrupamiento de los signos (rayas verticales, guijarros, dedos de la mano, etc.) influyó sin duda, de manera directa, la base del sistema de numeración elegido.

Parece que las tribus más primitivas utilizaron primero el agrupamiento de dos en dos, después de cuatro en cuatro y de seis en seis. Ocasionalmente, las variantes corresponden a agrupamientos de tres en tres (tribus americanas). Un sistema muy natural y en boga corresponde a los dedos de la mano y puede así implicar agrupamientos de cinco en cinco (dedos), de diez en diez (dedos) y de veinte en veinte (dedos de los pies y de las manos). En un principio, este sistema presenta la ventaja, no solamente de preferir agrupamientos naturales y fácilmente accesibles, sino también de favorecer, por la «disposición» de los dedos, una distinción entre número cardinal y número ordinal. Estos agrupamientos de cinco, diez y veinte objetos aparecen en varias partes del mundo. Otros agrupamientos fueron también utilizados por ciertas tribus primitivas, especialmente los agrupamientos de doce, de sesenta y de ocho.

Documentación sobre una investigación emprendida por la Universidad de Stanford sobre 307 sistemas de numeración que se encuentran en las tribus primitivas americanas. Aporta que, de estos sistemas, 146 pertenecen a los agrupamientos de diez, 106 a los agrupamientos de cinco y diez, 81 son binarios, 35 son de base veinte y de base cinco y veinte, 15 pertenecen a los agrupamientos de cuatro, 3 son agrupamientos de tres y uno solo corresponde a la base ocho.

Una vez comprendida perfectamente la noción de agrupamiento, es natural que el hombre primitivo asigne entonces un símbolo particular al agrupamiento utilizado. Está ahora en posesión de los elementos que podrá combinar para inventar su sistema de numeración.

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

La necesidad de un sistema de numeración proviene de la naturaleza de las actividades propias de un pueblo primitivo. Las tribus que poseían grandes rebaños domesticados o que practicaban una agricultura diversificada y desarrollada sintieron muy pronto la necesidad de elaborar un sistema que les permitiese utilizar números grandes y favoreciese la invención de un calendario.

¿Cuáles son los procedimientos utilizados durante la prehistoria (o que tienen en ella su origen) y que dieron lugar a los diferentes sistemas de numeración? Un primer procedimiento consiste en prolongar el agrupamiento añadiendo unidad a unidad. Por ejemplo, si el hombre primitivo utiliza los cinco dedos de su mano izquierda como agrupamiento, utilizará los dedos (uno a uno) de su mano derecha para prolongar la cuenta hasta diez. Otra posible extensión consistiría en utilizar los dedos de los pies. Este procedimiento, aunque muy simple, introduce dificultades enormes en el lenguaje, puesto que requiere la creación de nuevas palabras.

Otro procedimiento, mucho más eficaz, consiste en utilizar el principio de la «repetición» en la numeración de los objetos contados. Por ejemplo, en base tres, los pigmeos de Africa emplean el sistema repetitivo siguiente: **1, 2, 3, 4, 5 y 6** se corresponden con **a, oa, ua, oa-oa, oa-ua y ua-ua**.

Al hombre primitivo, que utiliza una mano de cinco dedos como base, le es suficiente añadir la otra mano para contar hasta diez; después, una segunda persona registra las cuentas de diez a veinte, y así sucesivamente. Una variante consiste en utilizar los diez dedos como base y proceder así de la misma forma que antes. Este procedimiento está catalogado como «sistema aditivo no posicional»; su principal defecto es que utiliza un gran número de símbolos.

El tercer método, muy poco empleado durante la prehistoria, se basa esencialmente en el principio de la posición. Cualquier símbolo posee el valor indicado por la posición que ocupa en la sucesión de símbolos que representa un número u otro. El ejemplo por excelencia de este tipo de sistema, llamado «sistema posicional», es nuestro sistema decimal.

El desarrollo de los sistemas de numeración de la época prehistórica no fue, probablemente, más allá del tipo aditivo no posicional. No obstante, esto no impidió a los hombres primitivos establecer los primeros elementos de una aritmética práctica y de una geometría orientada a la medición de áreas y volúmenes. Con la aparición del comercio, la industria y la agricultura, el hombre primitivo debe no solamente saber contar, sino también ser capaz de hacer un balance de sus actividades comerciales. Los métodos primitivos varían enormemente cuando se trata de registrar las diversas formas de actividad económica: marcas en la madera, nudos en una cuerda, grupos de guijarros o de cocos, rayas en papiros o en tablillas de arcilla, etc. Y hacer el balance implicaba necesariamente conocer las reglas elementales de cálculo numérico. No era cuestión en aquella época de utilizar números que no fuesen los naturales. Los números enteros, racionales, irracionales, complejos, por no citar más que éstos, son invenciones de nuestra era.



GEOMETRÍA EMPÍRICA.

La adquisición de los rudimentos del cálculo aritmético da lugar a la medición de longitudes, áreas y volúmenes. Las unidades de medición se eligen con frecuencia entre las partes del cuerpo humano: el dedo, el pie, el pulgar, la mano, el antebrazo. Los volúmenes se miden con ayuda de cestos o de conchas de tamaño «standard». La construcción de las casas se lleva a cabo con ayuda de reglas que garantizan la existencia de líneas y ángulos rectos. La geometría que se utiliza es empírica y está esencialmente dirigida a un fin utilitario o ritual. La justificación de las reglas utilizadas y de las convenciones elegidas es inexistente, por lo menos en los documentos recogidos sobre esta época.

La geometría aparece también en las pinturas y motivos dibujados por estos pueblos primitivos. Una gran riqueza de figuras geométricas se encuentra en vasos, cestos, muros de cavernas. Son abundantes los ejemplos de semejanza y de distintas formas de simetría en las decoraciones del Neolítico. La imaginación geométrica de estos pueblos es de una riqueza difícil de sospechar.



número.

Es muy probable que el desarrollo de las matemáticas pudiese haber estado influenciado, en sus orígenes, por las prácticas religiosas; en particular, el concepto de número y la geometría del hombre primitivo reflejan aspectos ligados al ámbito religioso.

Hay que mencionar también que el desarrollo de las matemáticas estuvo en esta época muy influenciado por la astronomía. Los pueblos primitivos poseían ciertos conocimientos relativos al sol, la luna y las estrellas. Además, un pueblo agrícola debía llevar la cuenta de los días y de las noches, así como de las distintas estaciones. Los pueblos primitivos adoptan casi todos un calendario lunar con el fin de diferenciar los aspectos cambiantes de la vegetación y poseer unidades de tiempo útiles y convenientes.

Por último, es indispensable subrayar la influencia de la religión sobre la vida primitiva, tanto en el plano espiritual como en el de las acciones diarias del hombre primitivo. Incluso si la civilización se estableció sobre un soporte religioso inherente a prácticas rituales, se debe, no obstante, considerar cuál fue el papel de la práctica religiosa del hombre primitivo en su concepción del

RESUMEN

Las civilizaciones de la época neolítica o prehistórica, caracterizadas por la caza y una agricultura y un comercio rudimentarios, manifestaron interés por el número y la geometría empírica. Este comienzo de las matemáticas fue originado por las necesidades de su vida social y económica, y estuvo influenciado también por la religión y la magia.

Los hombres primitivos desarrollaron sistemas de numeración (de tipo aditivo no posicional) que les permitían efectuar cálculos elementales con números naturales (adición, sustracción, multiplicación). La geometría empírica del hombre primitivo se reduce a algunas reglas para medir longitudes y volúmenes. Los dibujos de rico colorido contienen figuras geométricas en las que predomina la simetría. La mayoría de los pueblos primitivos inventaron un calendario lunar.

Bibliografía:

Jean-Paul Collete "*Historia de las matemáticas*". Siglo XXI.

José Luis Carlavilla y Gabriel Fernández "*Historia de las Matemáticas*". Proyecto Sur.

El Rincón de propuestas y soluciones de Actividades y Problemas Matemáticos

Soluciones de Problemas Anteriores:

- **Reparto de Bombones por Blancanieves a los siete enanitos:** al más pequeño 8. Al segundo, 9. Al tercero, 10. Al cuarto, 11. Al quinto, 12. Al sexto, 13. y al último, 14.
- **Alicia, la tortuga y el águila:** el único día que los dos pueden decir "ayer mentí" es el **jueves**.

Propuesta de problemas:

Para la ESO.

¿Cuánto vale cada fruta?

Descubre el valor de cada fruta y por tanto el del interrogante.

				28
				30
				20
				16
?	19	20	30	

Para bachillerato y ciclos.

Después de un banquete, 25 personas se despiden con un saludo de manos entre ellos. ¿Cuántos saludos ha habido?

